受検番号	

合 計	

２０２１ 年度 専攻科入学者選抜
(一般選抜)　筆記試験問題

数　学

全４枚
（表紙を含む）

全コース共通

＜注意事項＞

全ての試験用紙に受検番号を記入してください

２０２１ 年度　専攻科入学者選抜　筆記試験　数学　（１枚目）

受検番号	

[1].　関数 $y = (x+2)e^{-x}$ について，以下の問いに答えよ．

小　計

(1) 増減と凹凸を調べ，極値と変曲点を求めよ．

(2) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to\infty}(x+2)e^{-x}$ および $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}(x+2)e^{-x}$ を求め，グラフの概形を描け．

[2].　関数 $f(x,y) = x+2y$ について，以下の問いに答えよ．

小　計

(1) $g(x,y) = x^2+y^2-5$ とするとき，条件 $g(x,y)=0$ のもとで，$f(x,y)$ の極値をとりうる点が満たす方程式をかけ．

(2) 条件 $g(x,y)=0$ のもとで，$f(x,y)$ の最大値と最小値を求めよ．ただし，この条件のもとで $f(x,y)$ は最大値と最小値を必ず持つとする．

[3].　次の 2 重積分の値を求めよ．

$$\iint_D x\ dx\ dy,\ D = \left\{(x,y)\,|\,y \geqq x^2,\ x+y \leqq 2\right\}$$

小　計

受検番号	

[4].　x を独立変数とする微分方程式 $y' - 2y = 0$ の一般解を求めよ.

小　計

[5].　x を独立変数とする微分方程式 $y'' - 4y' + 5y = 5x + 6 \cdots (*)$ について, 以下の問いに答えよ.

小　計

(1) $(*)$ の補助方程式 $y'' - 4y' + 5y = 0$ の一般解を求めよ.

(2) 微分方程式 $(*)$ の特殊解を 1 つ求めよ.

(3) 微分方程式 $(*)$ の一般解を求めよ.

[6].　x を独立変数とする微分方程式 $xy'' + (1-x)y' + 2y = 0$ の解で, 次の条件 (a), (b) を満たすものを求めよ.
(a) y は x の 2 次式.
(b) $x = 1$ のとき $y = -1$.

小　計

受検番号	

[7]. xy 平面上で，直線 $\ell : y = \sqrt{3}\,x$ と x 軸に関する対称変換の表現行列をそれぞれ A と J とし，直線 ℓ と x 軸の作る角を α $\left(0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}\right)$ とする．さらに原点を中心とする角 α の回転の表現行列を P とするとき，$A = PJP^{-1}$ が成り立つ．以下の問いに答えよ．

小　計

(1) x 軸に関する対称変換の表現行列 J を求めよ．

(2) 行列 J の固有値は 1 と -1 であり，$\boldsymbol{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ はそれぞれの固有値に対する固有ベクトルであることを確かめよ．

(3) 直線 ℓ と x 軸の作る角 α $\left(0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}\right)$ を求め，原点を中心とする角 α の回転の表現行列 P を求めよ．

(4) 直線 ℓ に関する対称変換の表現行列 A を求めよ．

(5) 行列 A の固有値は 1 と -1 であり，$\boldsymbol{p}_1 = P\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{p}_2 = P\boldsymbol{e}_2$ はそれぞれの固有値に対する固有ベクトルであることを確かめよ．