受験番号	

合 計	

２０２２ 年度 専攻科入学者選抜
(一般選抜)　筆記試験問題

数　学

全４枚
（表紙を含む）

全コース共通

＜注意事項＞

全ての試験用紙に受験番号を記入してください

２０２２ 年度　専攻科入学者選抜　筆記試験　数学　（１枚目）

受験番号	

[1].　関数 $y = e^{-x^2}$ について，以下の問いに答えよ．

小　計

(1) 導関数 y' と第 2 次導関数 y'' を求めよ．

(2) 増減と凹凸を調べ，極値と変曲点を求めよ．

(3) 極限値 $\displaystyle\lim_{x\to\pm\infty} e^{-x^2}$ を求め，グラフの概形を描け．

[2].　次の広義積分を求めよ．

小　計

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\, dx$$

[3].　次の 2 重積分の値を求めよ．

小　計

$$\iint_D \sqrt{x^2+y^2}\, dx\, dy,\ \ D = \left\{(x,y)\,|\,x^2+y^2 \leqq 9,\ y \geqq 0\right\}$$

２０２２ 年度　専攻科入学者選抜　筆記試験　数学　（２枚目）

受験番号	

[4].　以下の問いに答えよ．

小　計

(1) x を独立変数とする微分方程式 $y' = x^2 y$ の一般解を求めよ．

(2) 初期条件「$x = 0$ のとき $y = 2$」を満たす微分方程式 $y' = x^2 y$ の特殊解を求めよ．

[5].　α は実数で $\alpha \neq 1$ とし，$p(x)$ を x の関数とする．x を独立変数とする微分方程式 $y' = p(x) y^{\alpha}$ について，以下の問いに答えよ．

小　計

(1) $u = y^{1-\alpha}$ とおくと，u は微分方程式 $u' = (1-\alpha)p(x)$ を満たすことを示せ．

(2) 微分方程式 $y' = xy^2$ の一般解を求めよ．

(3) 初期条件「$x = 0$ のとき $y = 2$」を満たす微分方程式 $y' = xy^2$ の特殊解を求めよ．

受験番号	

[6]. xy 平面における線形変換 f の表現行列が $A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ であるとき，以下の問いに答えよ．ここで行列 A が線形変換 f の表現行列であるとは，$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ に対して $f(\boldsymbol{x}) = A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ が成り立つことである．

小　計

(1) $\boldsymbol{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ の f による像 $f(\boldsymbol{e}_1), f(\boldsymbol{e}_2)$ をそれぞれ求めよ．

(2) A は直交行列であることを示せ．

(3) 線形変換 f は原点を中心とする角 θ $(0 < \theta < \pi)$ の回転である．角 θ を求めよ．

(4) A^3 を求めよ．さらに任意の自然数 n に対して，A^{3n+1} を求めよ．

(5) 直線 $\ell : y = \dfrac{1}{\sqrt{3}}x$ の f による像 ℓ' を求めよ．